UNICESUMAR - CENTRO UNIVERSITÁRIO DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS TECNOLÓGICAS E AGRÁRIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE CONTROLE DE ATITUDE APLICADAS À SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA BASEADA NOS SATÉLITES DO TIPO CUBESAT

THIAGO SILVA CARLOS

MARINGÁ – PR
2020

THIAGO SILVA CARLOS

ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE CONTROLE DE ATITUDE APLICADAS À SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA BASEADA NOS SATÉLITES DO TIPO CUBESAT

Artigo apresentado ao centro de Ciências Exatas, Tecnológicas e Agrárias da Unicesumar – Centro Universitário de Maringá como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel(a) em Engenharia de Controle e Automação, sob a orientação do Prof. Msc. Murillo Vilela Magan

MARINGÁ – PR
2020

THIAGO SILVA CARLOS

ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE CONTROLE DE ATITUDE APLICADAS À SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA BASEADA NOS SATÉLITES DO TIPO CUBESAT

Artigo apresentado ao centro de Ciências Exatas, Tecnológicas e Agrárias da Unicesumar – Centro Universitário de Maringá como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel(a) em Engenharia de Controle e Automação, sob a orientação do Prof. Msc. Murillo Vilela Magan

Aprovado em: ____ de _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Me. Murillo Vilela Magan – Unicesumar

_____

Prof. Me. Igor Henrique do Nascimento Oliveira - Unicesumar

_____

Prof. Me. Luiz José Rohling - Unicesumar

ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE CONTROLE DE ATITUDE APLICADAS À SIMULAÇÃO DE UMA PLANTA BASEADA NOS SATÉLITES DO TIPO CUBESAT

Thiago Silva Carlos

RESUMO

O presente trabalho tem a proposição de desenvolver a simulação de um sistema baseado nos satélites do tipo Cubesat's, aplicando técnicas de controle clássico e moderno, confrontando seus resultados e analizando os prós e contras de cada um. Inicialmente, a planta 3D será modelada com o auxílio dos *softwares SolidWorks* e *SimMechanics*, levando em conta as limitações do elemento atuador, no nosso caso, a roda de reação. Paralelamente, será modelada matematicamente a mesma, tomando como orientação os torques atuantes. Após obter todas as equações fundamentais, escolheu-se as chamadas variáveis de estados, para que se possa descrever o funcionamento do sistema no espaço de estados. Em seguida, os controladores PID, LQR, LMI e Ackermann são projetados e implementados através do *software MATLAB*, por meio do *toolbox Simulink.*

Palavras-chave: Cubesat. Ackermann. LMI. LQR. PID. Roda de Reação.

COMPARATIVE ANALYSIS OF ATTITUDE CONTROL TECHNIQUES APPLIED TO A CUBESAT-BASED PLANT

ABSTRACT

The present paper proposes to develop a simulation of a system based on CubeSat's type satellites, applying classic and modern control techniques, comparing their results and analyzing the pros and cons of each one. Initially, we developed the 3D plant with the *softwares SolidWorks* and *SimMechanics*, taking into consideration the limitations of the actuator element, in our case, a Reaction Wheel. In parallel of the construction of the plant, we modeled it mathematically, using the present torques as guide. After we got all the main equation, we choose the state variables, so that we can describe the performance of the system in the State Space. Then, the PID, LQR, LMI and State Feedback controllers are designed and provided using MATLAB software, using the Simulink toolbox.

Keywords: CubeSat. Ackermann. LMI. LQR. PID. Reaction Wheel

1 INTRODUÇÃO

Segundo a *National Aeronautics and Space Administration* (Nasa), os satélites considerados pequenos são aqueles com menos de 300 kg. Dentre vários tipos desses dispositivos, um que vem se desacando muito é o tipo Cubesat. Seu aspecto padronizado ajuda a reduzir os custos de manufatura, já que a produção em massa de suas peças se tornam mais fáceis, facilitando a montagem e customização do mesmo. (Jamie Chin, 2017)

Essa construção tem sido alvo de vários estudos conduzidos por empresas, universidades, escolas primárias e até entusiastas. O interesse por esse tipo de nanossatélite tem aumentado nos últimos anos. Seu tempo reduzido de construção e baixo custo no lançamento, em comparação com outros modelos, fez com que grandes empresas de tecnologia, desde experimentos biológicos até mensuração climática, os adotassem como veiculo padrão. (Wayne A. Shiroma, 2011)

A Nasa tem uma iniciativa chamada ElAnA (Educational Launch of Nanosatellites), com a premissa de atrair e manter estudantes das disciplinas de ciências, tecnologias, engenharias e afins para a área aeroespacial. Dentro do ElaNa, existe um projeto focado especificamente em promover o acesso ao espaço para nanossatélites do tipo Cubesat. (Heiney, 2017)

No Brasil, o INPE lançou, em 2014, o NanoSatC-BR1, primeira missão aeroespacial brasileira baseada em um cubesat. (INPE, 2018)

Satélites artificiais são engenhos muito complexos, projetados para atuar no espaço. Para que executem suas funções com maestria, é indispensável o correto funcionamento de todas as atividades predefinidas, como comunicação de dados, fornecimento correto e suficiente de energia, dentre outras, porém o que vamos tratar nesse trabalho são a análise e controle de sua atitude orbital. (Junior, 2020)

Além do controle posicional e de trajetória do veículo espacial, também é necessário controlar sua ATITUDE, ou melhor, orientação de um corpo em relação a um referencial inercial. (Reis, 2006) A atitude orbital estabiliza o veículo espacial, mantendo-o na direção desejada durante sua tarefa, anulando as perturbações externas que possam ocorrer.

A dinâmica de voo em espaçonaves define a orientação e movimentação de veiculos espaciais em três eixos. Os parâmetros que trataremos aqui são os três que relacionam a rotação do equipamento em torno de seu centro de massa, denominados *Row*, *Pitch* e *Yaw*

- Roll – É o movimento em torno do eixo horizontal, também conhecido como “Rolagem”
- Pitch – Movimento em torno do eixo horizontal perpendicular com o eixo de Roll. Conhecido também como “Arfagem”
- Yaw – Movimento em torno do eixo vertical. Conhecido como “Guinada”

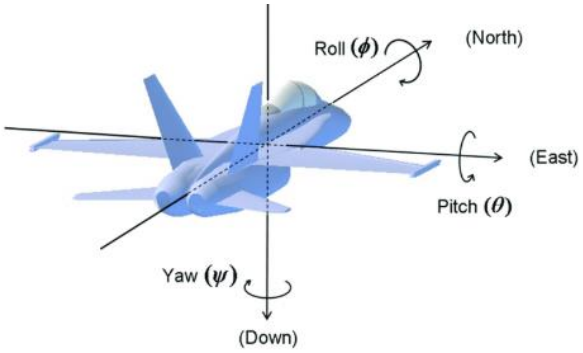

Figura 1: Pitch, Roll e Yaw

O controle da atitude dos satélites é estudado constantemente, em busca de uma solução eficiente e de fácil acesso. Um dos métodos mais utilizados é por meio de propulsão, porém esse artifício mostra-se inconveniente, pois, a cada uso, sua reserva diminui, limitando assim o tempo de atuação do veículo espacial.

Outro recurso de controle posicional que vem sendo muito empregado é por meio de rodas de reação, também conhecida como roda de inércia. Sua vantagem perante o método citado acima, é que esse dispositivo tem seu funcionamento à base de energia elétrica, que pode ser fornecida por painéis fotovoltaicos instalados no satélite. Elas trabalham fornecendo torque ao corpo, ação que, se bem aplicada, altera a orientação e mantém o equilíbrio do corpo.

O trabalho desenvolvido e apresentado aqui, tem a premissa de aplicar diferentes tipos de técnicas de controle, comparando cada uma e evidenciando seus prós e contras.

A princípio, será modelado o funcionamento dinâmico da planta desenvolvida, após isso, será verificada a viabilidade da aplicação dos controles PID, LQR, LMI e Realimentação de estados. Cada método é descrito com detalhes em seu respectivo capítulo.

1.1 OBJETIVOS GERAIS

Desenvolvimento, implantação e comparação dos controladores LMI, LQR, PID e Ackermann em uma simulação baseada em um Cubesat por meio de rodas de reação.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Projeto do modelo 3D simulado;
- modelagem dinâmica do sistema por meio de equações baseadas no movimento;
- linearização na região de interesse ;
- cálculo e implementação dos controladores propostos;
- comparação entre os controladores implementados.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 PROJETO E CONTRUÇÃO DO PROTÓTIPO E SEUS COMPONENTES

Ao projetar a planta, teve-se o propósito de aproximar o máximo possível de um nanossatélite do tipo *Cubesat.* A partir disso, encontrou-se um projeto desenvolvido em 2012, comandado por uma equipe de pesquisadores do Instituto de Sistemas Dinâmicos e Controle, da *Federal Institute of Technology in Zurich* (ETH Zurich), batizado de "CUBLI".

Figura 2: Cubli - ETH Zurich

Para aplicar os métodos de controle pretendidos, será empregado um modelo que representa apenas um lado do modelo de referencia. Seu modelo 3D é exposto na Figura 3:

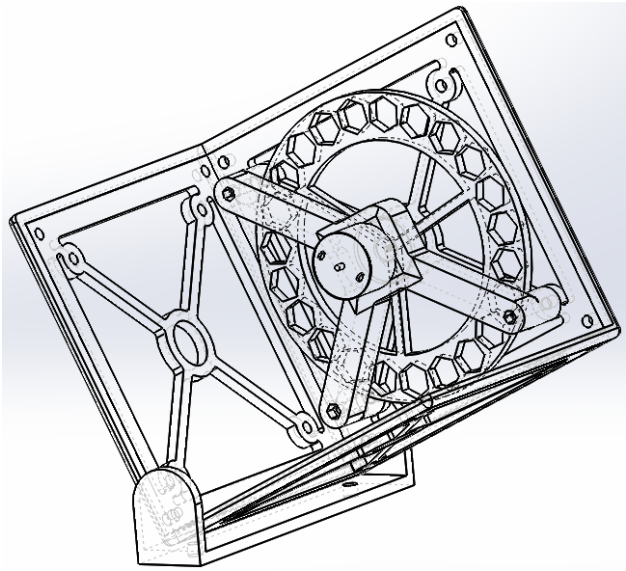

Figura 3: Modelo 3D desenvolvido

A análise dos materiais utilizados na construção é de suma importância, pois os parâmetros construtivos afetam diretamente na performance do sistema, definindo a possibilidade ou não de controle. Mais detalhes são expostos na seção de modelagem.

O motor DC levado em consideração foi o modelo RS-385PV-17120, da empresa Mabuchi Motor, na qual suas caracteristicas elétricas são expostas na Figura 4.

MODEL		VOLTAGE		NO LOAD		AT MAXIMUM EFFICIENCY					STALL		
		OPERATING RANGE	NOMINAL	SPEED	CURRENT	SPEED	CURRENT	TORQUE		OUTPUT	TORQUE		CURRENT
			V	r/min	A	r/min	A	mN·m	g·cm	W	mN·m	g·cm	A
RS-385PV	17120	8 - 35	23.5	8600	0.082	7380	0.50	10.5	107	8.07	73.8	752	3.01

Figura 4: Caracteristicas do motor DC

Tais dados serão de suma importância na modelagem matemática do sistema. É importante citar que alguns desses dados terão suas unidades de medida remodelada para correta aplicação.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Na modelagem matemática, seguiu-se os passos apresentados em (Gonzalo Belascuen, 2019), para tanto, definiu-se o modelo 2D adotando as seguintes convenções:

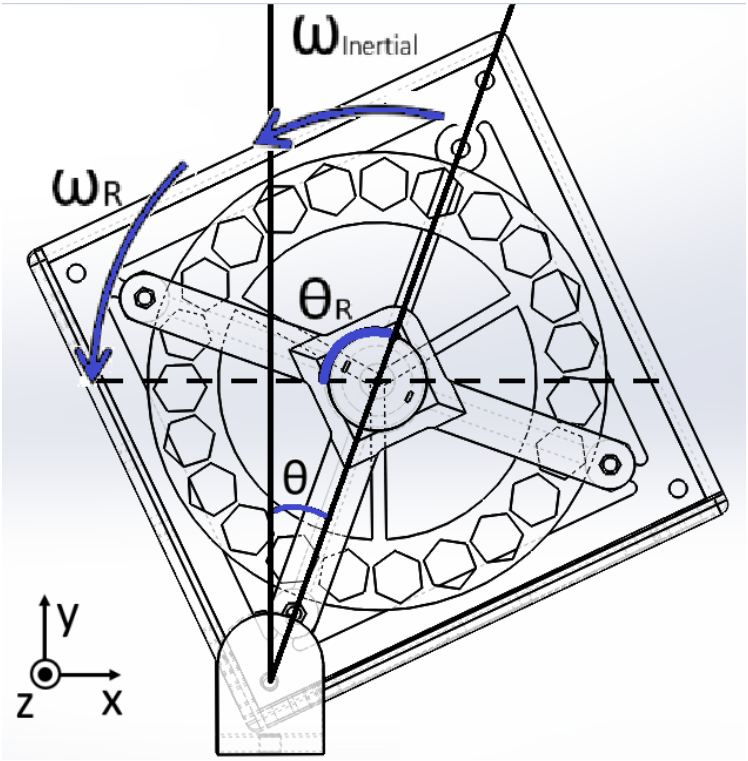

Figura 5: Diagrama de corpo livre

$M_m \rightarrow Massa\ do\ motor$

$M_R \rightarrow Massa\ da\ roda\ de\ reação$

$M_p \rightarrow Massa\ do\ corpo\ do\ pêndulo$

$b_p \rightarrow atrito\ viscoso\ do\ pêndulo$

$l_p \rightarrow distância\ entre\ o\ centro\ de\ massa\ do\ pendulo\ e\ o\ eixo$

$l_m \rightarrow distância\ do\ centro\ de\ massa\ do\ motor\ e\ o\ eixo$

$l_R \rightarrow distância\ entre\ o\ centro\ de\ massa\ da\ roda\ de\ reação\ e\ o\ eixo$

$g \rightarrow aceleração\ gravitacional$

$\tau_c \rightarrow torque\ do\ motor$

$I_{po} \rightarrow Momento\ de\ inércia\ do\ pêndulo\ em\ relação\ ao\ ponto\ "o"$

$I_{ro} \rightarrow Momento\ de\ inércia\ da\ roda\ de\ reação\ em\ relação\ ao\ ponto$ "o"

$I_{mo} \rightarrow Momento\ de\ inércia\ do\ motor\ em\ relação\ ao\ ponto\ "o"$

$I_R \rightarrow Momento\ de\ inércia\ da\ roda\ de\ reação\ em\ relação\ ao\ centro\ de\ massa$

$\omega_R \rightarrow Velocidade\ angular\ da\ roda\ de\ reação\ em\ relação\ ao\ pêndulo$

$\omega_{Inercial} \rightarrow Velocidade\ angular\ inercial\ da\ roda\ de\ reação$

Pode-se começar a modelagem pela soma total de torques existentes no sistema:

$$Torque_{total} = E_{pot_{grav}} - E_{atrito_{viscoso}} - Torque_{motor} \tag{1}$$

$$I_{so}.\ddot{\theta} = k_{pg}.sen\theta - b_b.\dot{\theta} - \tau_c \tag{2}$$

Sendo que I_{so} é a soma total dos momentos de inércia

$$I_{so} = I_{po} + I_{ro} + I_{mo} \tag{3}$$

E k_{pg} a soma de energia potencial gravitacional dos elementos

$$k_{pg} = \left(M_p.l_p + M_m.l_m + M_R.l_R\right).g \tag{4}$$

Os momentos de inércia da roda de reação e do motor em relação ao eixo é dado por:

$$I_{ro} = M_r.l_R^2 \tag{5}$$

$$I_{mo} = M_m.l_m^2 \tag{6}$$

A equação de movimento da roda de reação é:

$$\tau_c = I_r.\omega_{Inercial} \tag{7}$$

É importante notar que na equação acima, a velocidade inercial angular $\omega_{Inercial}$ não será diretamente medida, ao invés disso, será a velocidade relativa entre a roda de reação e o pêndulo. A relação entre essas velocidades é dada por:

$$\omega_{Inercial} = \dot{\theta} + \omega_R \tag{8}$$

A roda de reação e o pêndulo irão acelerar devido ao torque efetivo do motor τ_c. Esse torque é dado pela seguinte equação:

$$\tau_c = \tau_e - b_R.\omega_R - \tau_{fd} \tag{9}$$

Sendo:

$\tau_e \rightarrow Torque\ elétrico$

$b_R \rightarrow Coeficiente\ de\ atrito\ viscoso\ do\ motor$

$\tau_{fd} \rightarrow Fricção\ dinâmica\ do\ torque$

Por último, o torque elétrico é dado pelo modelo eletromecânico do motor:

$$\begin{cases} \tau_e = k_t.i \\ R.i + L\dfrac{di}{dt} = u(t) - k_e.\omega_R \end{cases} \tag{10}$$

Onde:

$R \rightarrow Resistência\ da\ bobina\ do\ motor$

$L \rightarrow indutância\ da\ bobina\ do\ motor$

$k_t \rightarrow Constante\ do\ torque\ do\ motor$

$k_e \rightarrow Constante\ de\ força\ contra - eletromotriz$

$u(t) \rightarrow tensão\ nos\ terminais\ do\ motor$

Com o auxílio da série de Taylor, é possível linearizar o termo $sen(\theta)$:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\dfrac{d^n f(\bar{x})}{dx^n}\right)}{n!}.(x - \bar{x})^n \tag{11}$$

Como o objetivo é linearizar em torno de $\theta = 0$:

$$f(\theta) = sen(\theta) \tag{12}$$

$$f(\theta) = sen(\bar{\theta}) + \frac{dsen(\bar{\theta})}{d\theta}(\theta - \bar{\theta}) \tag{13}$$

Como $\bar{\theta} = 0,\ sen(\bar{\theta}) = 0\ ,\ \frac{dsen(\bar{\theta})}{d\theta} = \cos(\bar{\theta}) = 1$:

$$f(\theta) = \theta \tag{14}$$

A linearização se dá em $sen\theta = \theta$ e $\omega_R = 0$. Para linearizar as equações de torque do motor em torno de ω_R = 0, os coeficientes de atrito estático e dinâmico são ignorados. Isso pode ser feito pois não tem efeito significante na dinâmica do sistema.

Sistema de equações linearizadas do modelo são:

$$\begin{cases} I_{so}.\ddot{\theta} = k_{pg}.\theta - b_p.\dot{\theta} - \tau_c \\ I_R.\dot{\omega}_{Inercial} = \tau_c \\ \tau_c = \tau_e - b_R.\omega_R \\ \tau_e = k_t.i \\ R.i + L\dfrac{di}{dt} = u(t) - k_e.\omega_R \\ \omega_R = \omega_{Inercial} - \dot{\theta} \end{cases} \tag{15}$$

Representação no espaço de estados

O número de variáveis de estados de um sistema é igual ao número de variáveis que podem ser diretamente mensuráveis no sistema.

A corrente pode ser ignorada por que a constante de tempo do circuito RL do motor é muito pequena se comparada com a constante de tempo do sistema mecânico do resto do sistema. Colocando L = 0, aproximou-se essa constante a muito perto do zero, e assim, eliminou-se a corrente como outra variável de estado. Portanto, as variáveis de estado do sistema são:

1. θ: Posição angular do pêndulo
2. $\dot{\theta}$: Velocidade angular do pêndulo
3. ω_R: Velocidade angular da roda de reação

$$x_1 = \theta \tag{16}$$

$$x_2 = \dot{\theta} = \dot{x_1} \tag{17}$$

$$x_3 = \omega_R \tag{18}$$

A velocidade angular relativa ω_R é utilizada como uma variável de estado como alternativa a $\omega_{Inercial}$, pois, como mencionado anteriormente, o sensor montado no pêndulo irá medir a velocidade angular relativa ω_R.

Combinando as equações do sistema linearizado e substituindo $\omega_R\ por\ x_3$, temos:

$$\tau_c = \frac{k_t}{R} u(t) - \left(\frac{k_t}{R}.k_e + b_R\right).x_3 \tag{19}$$

A equação dinâmica do segundo estado é dada pela primeira equação do sistema linearizado, com τ_c substituido pela equação deduzida acima:

$$\dot{x_2} = \frac{k_{pg}}{I_{so}} x_1 - \frac{b_P}{I_{so}} x_2 + \frac{\frac{k_t}{R}.k_e + b_R}{I_{so}}.x_3 - \frac{k_t}{R.I_{so}} u(t) \tag{20}$$

A equação dinâmica do terceiro estado pode ser encontrada pegando a segunda equação do sistema linearizado, derivando a última equação também do sistema linearizado e substituindo na equação do torque, descrita acima:

$$\omega_R = \omega_{Inercial} - \dot{\theta} \rightarrow DERIVANDO \rightarrow \dot{\omega_R} = \dot{\omega}_{Inercial} - \ddot{\theta} \tag{21}$$

$$I_R.\dot{\omega}_R + \ddot{\theta} = \tau_c \tag{22}$$

$$I_R.(\dot{\omega}_R + \ddot{\theta}) = \frac{k_t}{R} u(t) - \frac{\frac{k_t}{R}.k_e + b_R}{I_{so}}.x_3 \tag{23}$$

Com a equação descrita acima, podemos substituir $\dot{\omega_R}\ por\ \dot{x_3}\ e\ \ddot{\theta}\ por\ \dot{x_2}$, depois substituido $\dot{x_2}$ da sua própria equação e isolando $\dot{x_3}$, nós obtemos:

$$\dot{x_3} = -\frac{k_{pg}}{I_{so}}.x_1 + \frac{b_P}{I_{so}}.x_2 - \frac{I_{so} + I_R}{I_{so}.I_R}.\left(b_R + \frac{k_e}{R}.k_t\right).x_3 + \frac{I_{so} + I_R}{I_{so}.I_R}.\frac{k_t}{R}.u(t) \tag{24}$$

A partir disso, conseguimos montar as matrizes de estado:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_{pg}}{I_{so}} & -\frac{b_p}{I_{so}} & kt.\frac{ke}{R.I_{so}} + \frac{b_R}{I_{so}} \\ -\frac{k_{pg}}{I_{so}} & \frac{b_p}{I_{so}} & -\frac{I_{so} + I_R}{I_{so}.I_R}.(b_R + k_e.\frac{k_t}{R}) \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_t}{R.I_{so}} \\ \frac{I_{so} + I_R}{I_{so}.I_R}.\frac{k_t}{R} \end{bmatrix} \tag{26}$$

Como apenas a inclinação do cubo será controlada, as matrizes C e D são:

$$C = [1 \quad 0 \quad 0] \tag{27}$$

$$D = [0] \tag{28}$$

Com o auxílio do *software* SOLIDWORKS, foram obtidos os valores mostrados na Tabela 1

Tabela 1: Parâmetros do protótipo.

Parâmetro	**Sigla**	**Valor**	**Unidade de medida**
Massa do motor	Mm	0,072	kg
Massa da Roda de reação	Mr	0,064	kg
Atrito Viscoso do Cubo	Bp	0	kg/m*s
Distância entre centro de massa do Cubo e eixo	Lp	0,0715	m
Distância entre o centro de massa do motor e eixo	Lm	0,09051	m
Distância entre o centro do centro de massa da roda de reação e eixo	Lr	0,09051	m
Aceleração Gravitacional	g	9,8	m/s^2
Momento de inércia do Cubo em relação ao eixo	Ipo	0,001179656	$kg \cdot m^2$
Momento de inércia da roda de reação em relação ao eixo	Iro	0,00000136	$kg \cdot m^2$
Momento de inércia do motor em relação ao eixo	Imo	0,000007252	$kg \cdot m^2$
Momento de inércia da roda de reação em relação ao centro de massa	Ir	0,000524291	$kg \cdot m^2$

Fonte: O Autor

Substituindo os parâmetros da Tabela 1 nas matrizes A e B, o comportamento da planta é descrito por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 88{,}125 & 0 & 0{,}032358 \\ -88{,}125 & 0 & -1{,}409235 \end{bmatrix} \tag{29}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1{,}2401 \\ 0{,}000000189067289 \end{bmatrix} \tag{30}$$

O sistema também pode ser representado por meio da equação (31), no domínio de Laplace.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-1{,}24s - 1{,}748}{s^3 + 1{,}409s^2 - 88{,}13s - 121{,}3} \tag{31}$$

3 SISTEMA DE CONTROLE

Os sistemas de controle são utilizados para detectar a diferença entre o valor desejado e o valor atual da variável e corrigi-lo, até que a saida desejada seja atingida. Essa diferença é chamada de erro, que é tratado pela realimentação do sistema.

Antes de calcular e aplicar os controladores, é preciso verificar a controlabilidade e observabilidade do sistema.

3.1 CONTROLABILIDADE

De acordo com (Nise, 2013), se para um sistema for possível obter uma entrada capaz de transferir todas as variáveis de estado, de um estado inicial desejado para um estado final desejado, o sistema é dito controlável; caso contrário, o sistema é não controlável.
Em outras palavras, um sistema de ordem *n*, cuja equação no espaço de estados é dada por:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{32}$$

é completamente controlável se sua matriz de controlabilidade, dada por:

$$C_m = [B \quad A.B \quad A^2.B \quad A^3.B \quad \dots \quad A^{n-1}.B] \tag{33}$$

for de posto *n*.

Com auxílio do software MATLAB, encontramos:

$$Cm = \begin{bmatrix} 0 & -1{,}2401 & 0{,}00000000611 \\ -1{,}2401 & 0{,}00000000611 & -109{,}28 \\ 0{,}000000189 & -0{,}000000266 & 109{,}28 \end{bmatrix} \tag{34}$$

Com o comando *rank(Cm)*, obteve-se o posto da matriz, que é 3, ou seja, o sistema é controlável.

3.2 APLICAÇÃO DOS CONTROLADORES

3.2.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID)

O controle PID (roporcinal Integral Derivativo) é uma das técnicas de controle mais empregadas, quando o assunto é controle clássico. Esse controle pode ser caracterizado como um algoritmo matemático que tem por função o controle de apenas uma variável, ou seja, os controladores PID só são empregados em sistemas SISO (*Single Input, Single Output*), sendo necessária a técnica de desacoplamento para sistemas MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*).

De acordo com (Nise, 2013), controlador é descrito pela seguinte equação:

$$c(t) = K_p * e(t) + K_i \int_{t_0}^{t} e(t)dt + K_d * \frac{de(t)}{dt} \tag{35}$$

Ou no domínio de Laplace:

$$C(s) = \left(Kp + \frac{K_i}{s} + K_d s\right) * E(s) = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_i}{s} * E(s) \tag{36}$$

A equação do sistema em malha fechada com o controlador inserido fica da seguinte forma:

$$G_{mf}(s) = \frac{(-0{,}3864k_d s^3) + (-0{,}3864k_p - 0{,}1272k_d)s^2 + s(-0{,}3864k_i - 0{,}1272k_p) - 0{,}1272k_i}{s^4 + s^3(0{,}03293 - 0{,}3864k_d) + s^2(-186{,}4 - 0{,}3864k_p - 0{,}1272k_d) + s(-4{,}26 - 0{,}3864k_i - 0{,}1272k_p) - 0{,}1272k_i} \tag{37}$$

No projeto, levou-se em conta as limitações tanto da planta quanto do controlador, devido isso, os parâmetros da resposta transitória ficaram como:

$$T_s = 1s \tag{38}$$

$$UP\% = 1\% \tag{39}$$

Para que o sistema responda da forma que projetado, os polos serão alocados nas posições:

$$\lambda_1 = -\xi * \omega_n + \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} = -4 + 2{,}729j \tag{40}$$

$$\lambda_2 = -\xi * \omega_n - \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} = -4 - 2{,}729j \tag{41}$$

$$\lambda_3 = 10 * real(\lambda_1) = -40 \tag{42}$$

$$\lambda_4 = -1{,}409 \tag{43}$$

Com os valores ds polos, a equação caracteristica do sistema (denominador) terá que ser igual:

$$P_{carac} = s^4 + 49{,}41s^3 + 411{,}09s^2 + 1421{,}89s + 1321{,}64 \tag{44}$$

A partir do método de semelhança entre (46) e o denominador de (39) encontrou-se $K_p, K_i\ e\ K_d$

$$K_p = -349{,}65 \tag{45}$$

$$K_i = -751{,}57 \tag{46}$$

$$K_d = -37{,}61 \tag{47}$$

3.2.2 ALOCAÇÃO DE POLOS POR ACKERMANN COM AÇÃO INTEGRAL

Para aplicar essa técnica, inicialmente determinou-se a posição dos polos em malha fechada, que são obtidos através das respostas temporais que desejamos.

Inicialmente, escolheu-se o tempo de assentamento (tempo em segundos que o sistema entra na banda de 2% do setpoint) como 1 segundo, e a ultrapassagem 1%.

Com os valores escolhidos acima, calculou-se ξ (coeficiente de amortecimento) e ω_n (frequência natural não amortecida).

$$\xi = -\frac{\ln\left(\frac{UP\%}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\frac{UP\%}{100})}} = 0{,}826 \tag{48}$$

$$\omega_n = \frac{4}{T_s * \xi} = 4{,}842 \tag{49}$$

Com os valores de ξ e ω_n, foi possível calcular a posição dos polos para que o sistema tenha o comportamento desejado.

$$\lambda_1 = -\xi * \omega_n + \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -4 + 2{,}729j \tag{50}$$

$$\lambda_2 = -\xi * \omega_n - \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -4 - 2{,}729j \tag{51}$$

O terceiro polo será alocado de modo a eliminar o zero existente no sistema.

$$\lambda_3 = -1{,}409 \tag{52}$$

A ação integral adicionará mais um polo no sistema, que será alocado dez vezes mais longe do que a parte real do primeiro polo.

$$\lambda_4 = -10 * \xi * \omega_n = -40 \tag{53}$$

A equação caracteristica desejada é:

$$s^4 + 49{,}41s^3 + 411{,}09s^2 + 1421{,}89s + 1321{,}64 \tag{54}$$

Com o auxílio do método de Ackermann, encontrou-se o vetor K e a constante Ke que faz o sistema ter o comportamento desejado.

$$K_{aum} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] * C_m^{-1} * \phi(A) \tag{55}$$

Sendo que

$$\phi(A) = A_{aum}^4 + 49{,}409 * A_{aum}^3 + 403{,}96 * A_{aum}^2 + 1126.65 * A_{aum} + 919{,}812 * I_{[4x4]} \tag{56}$$

Os ganhos dos controladores resultam em:

$$K = [-348{,}028 \quad -38{,}708 \quad -0{,}0261] \tag{57}$$

$$Ke = 756{,}3 \tag{58}$$

3.2.3 REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO

O Regulador Linear Quadrático (LQR) é um controlador ótimo, que vem sendo estudado e empregado em diversas aplicações, desde controle de mecanismos em robótica até controle de processos químicos. Sua grande aceitação se deve às excelentes características de desempenho e implementação relativamente simples.

O objetivo do controle ótimo é encontrar uma lei de controle que minimize o custo funcional do sistema, definido como:

$$J = \int_0^\infty (x^t Q x + u^t R u) dt \tag{59}$$

Sendo que Q é a matriz que penaliza os estados individualmente e R, a energia de entrada do sistema.

O vetor de realimentação K é encontrado a partir de:

$$K = -R^{-1} B^t P \tag{60}$$

E P é encontrado resolvendo a Equação de Ricatti:

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^t P + Q = 0 \tag{61}$$

Para a formulação das matrizes Q e R, levou-se em consideração a necessidade de controlar de forma eficiente o ângulo de inclinação do sistema e diminuir rapidamente o erro, deixando a entrada de energia sem grandes restrições. Empiricamente, escolheu-se as matrizes Q e R como:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$R = 0{,}0001 \tag{63}$$

Com esses valores, encontrou-se os vetores de controle:

$$K = [-1125{,}602 \quad -53{,}06 \quad 3{,}7208] \tag{64}$$

$$Ke = 10000 \tag{65}$$

3.2.4 LINEAR MATRIX INEQUALITIES (LMI'S)

Inequações matriciais lineares (LMI's) surgiram como uma poderosa ferramenta de design na engenharia de controle. É uma técnica largamente estudada e utilizada pois várias especificações e restrições podem ser descritas em LMI's, e assim, solucionadas. Facilita o tratamento de incertezas politópicas, limitações em normas e resolve com certa facilidade problemas de otimização convexa.

Uma vez que o problema for formulador em termos de LMI, pode ser resolvido por algoritmos convexos de otimização. Para a resolução das LMI's propostas adiante, utilizou-se o *toolbox* LMIEDIT (Jian Zhang, 2016).

Uma LMI tem a seguinte forma;

$$F(x) = F_0 + x_1F_1 + \cdots + x_nF_n + \sum_{i=1}^{n} x_iF_i > 0 \tag{66}$$

Onde $x \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de variáveis de decisão e $F_0, F_1, \dots, F_n$ são matrizes reais simétricas, ou seja $F_i = F_i^T$. O símbolo de inequação define que $F(x)$ é semidefinida positiva. Um exemplo de LMI muito conhecida, é a da Estabilidade de Lyapunov.

$$\begin{cases} A^TP + PA < 0 \\ P > 0 \end{cases} \tag{67}$$

Em que, se houver uma solução factível de P, semidefinida positiva tal que $P = P^T$, o sistema é dito assintóticamente estável no sentido de Lyapunov.
Seguindo a teoria de estabilidade de Lyapunov, pode-se encontrar um vetor K que faça o sistema ser assintóticamente estável em malha fechada. $(A - BK)$ é estável se e somente se existir $W \in \mathbb{R}^{[nxn]}$ e $Z \in \mathbb{R}^{[mxn]}$ tais que:

$$\begin{cases} X > 0 \\ AX + XA^T + BZ + Z^TB^T < 0 \end{cases} \tag{68}$$

Se existirem, $K = ZX^{-1}$.

3.2.4.1 CONTROLE ÓTIMO $\mathcal{H}_2$ POR LMI'S

O problema de controle $\mathcal{H}_2$ consiste em obter um controlador K que estabilize a planta no ponto linearizado, minimizando a norma $\mathcal{H}_2$, definida por:

$$\left|\left|G(s)\right|\right|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} tr[G(j\omega)G^T(-j\omega)]d\omega} \tag{69}$$

$$\left|\left|G(s)\right|\right|_2 = \sqrt{\int_0^\infty |g(t)|^2 dt} \tag{70}$$

A equação (70) é obtida através do Teorema de Parseval. O sistema em malha aberta é difinido como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{71}$$

O controle $\mathcal{H}_2$ determina um controlador K de tal forma que a influência de uma perturbação $w(t)$ na saída $y(t)$ do sistema seja mínima. Em termos de LMI, a norma $\mathcal{H}_2$ é minimizada pela solução das seguintes inequações (Luis Antonio Aguirre, 2007):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} X & B_w^T \\ B_w & Y \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} AX + XA^T + B_uZ + Z^TB_u^T & XC^T + Z^TD^T \\ CX + DZ & -I \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \tag{72}$$

Contudo, $X = X^T$ e o vetor de realimentação $K = ZX^{-1}$.

A solução da LMI proposta retornou valores de:

$$K = [-707{,}69 \quad -26{,}48 \quad -1{,}61] \tag{73}$$

$$Ke = 5011{,}512 \tag{74}$$

3.2.4.2 CONTROLE ÓTIMO $\mathcal{H}_\infty$ POR LMI'S

Na maioria dos sistemas de controle, o único objetivo não é apenas estabilizar a planta, por vezes, é necessário desenvolver e aplicar leis de controle que façam o sistema atender a certos critérios como a minimização de esforço ou da energia gasta. A premissa do controle $\mathcal{H}_\infty$ é minimizar o ganho máximo entre entrada e saída para sinais de energia (Agulhari, 2013).

A norma $\mathcal{H}_\infty$ é definida como o valor supremo dos valores singulares da matriz de transferência que relaciona a saída pela entrada. É equivalente ao maior ganho no diagrama de Bode de magnitude calculada por:

$$\left|\left|H(s)\right|\right|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}\{H(j\omega)\} \tag{75}$$

Seja o sistema LTI definido por

$$G(t) = \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ z(t) = Cx(t) + Du(t) + Dw(t) \end{cases} \tag{76}$$

Sendo $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados, $w(t) \in \mathbb{R}^r$ a entrada exógena, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ a entrada de controle, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ a saída controlada e $y(t) \in \mathbb{R}^q$ a saída medida.

Se o sistema (81) é estável, sua norma $\mathcal{H}_\infty$ entre $w(t)$ e $z(t)$, denotada por $\left||G(t)|\right|_\infty$ é igual a:

$$\left||G(t)|\right|_\infty = \sup_{\omega\in\mathbb{R}} \frac{\left||z(\omega)|\right|}{\left||w(\omega)|\right|} \tag{77}$$

A minimização da norma $\mathcal{H}_\infty$ pode ser obtida através da seguinte LMI:

$$\min_{Z,X=X^T>0} \delta \tag{78}$$

$$\left\{\begin{bmatrix} AX + XA^T + B_uZ + Z^TB_u^T & B_w & XC^T + Z^TD^T \\ B_w^T & -\delta I & D^T \\ CX + DZ & D & -I \end{bmatrix} < 0\right. \tag{79}$$

O vetor de realimentação $K = ZX^{-1}$ garante $\left||H(s)|\right|_\infty = \gamma = \sqrt{\delta}$.

A LMI (84) nos retorna os vetores

$$K = [657{,}51 \quad 27{,}92 \quad -0{,}287] \tag{80}$$

$$Ke = -5521{,}6 \tag{81}$$

3.2.4.3 CONTROLE MISTO $\mathcal{H}_2$ / $\mathcal{H}_\infty$ POR LMI

O objetivo da aplicação do controle misto H_2 / H_∞ é exatamente mesclar as vantagens de cada norma, otimizando o desempenho do sistema e garantindo robustez.

Tais normas podem também ser entendidas como medida de performance, então sua minimização resulta em um melhor desempenho do sistema.

Na Figura 6, são mostrados quatro tipos de sistemas, relacionados à quantidade de vetores de entrada e saída. A Figura 6.d ilustra uma situação de múltiplos vetores de entradas exógenas e múltiplas saídas. A Figura 6.c nos mostra um sistema com múltiplos vetores de entrada, mas apenas um de saída. A Figura 6.b mostra um sistema com um vetor de entrada e vários de saída e finalmente a Figura 6.a, um sistema com um vetor de entrada e um de saída. (Bonato, 2017)

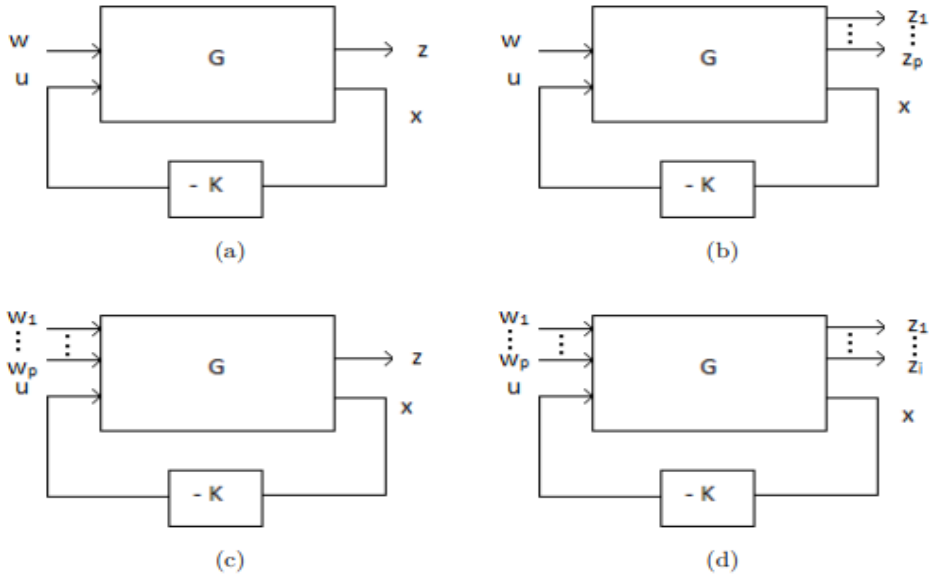

Figura 6: Plantas generalizadas para diferentes números de canais

Para o caso da planta desenvolvida no presente trabalho, adota-se a condição expressa na Figura 6.a. O controle misto para esse sistema também é conhecido como Controle Central $\mathcal{H}_2 / \mathcal{H}_\infty$, na qual o objetivo é a minimização simultânea das normas $\mathcal{H}_2$ e $\mathcal{H}_\infty$ para o canal $w \rightarrow z$.

O problema de controle misto $\mathcal{H}_2$ / $\mathcal{H}_\infty$ é obtido pela resolução do problema de otimização descrito abaixo (Luis Antonio Aguirre, 2007).

$$\begin{cases} \min tr\{J\} \\ \begin{bmatrix} J & CX - DZ \\ XC^T - Z^T D^T & X \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} AX + XA^T - B_u Z - Z^T B_u^T & B_w & XC^T + Z^T D^T \\ B_w & -I & 0 \\ CX - DZ & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \tag{82}$$

Assim, o controlador que satisfaz as normas propostas é dada por:

$$K = ZX^{-1} \tag{83}$$

A solução da LMI descrita acima resulta em um vetor de realimentação:

$$K = [-472{,}75 \quad -17{,}12 \quad -1{,}13] \tag{84}$$

$$Ke = 3175 \tag{85}$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na seção 5, foram desenvolvidos cinco controladores para serem aplicados na planta, sendo eles PID, Alocação de Polos pela Fórmula de Ackermann, LQR, H_∞ e H_2 via LMI. Nessa seção serão apresentados os respectivos resultados.

4.1 RESPOSTA DA PLANTA SEM DISTÚRBIO

A aplicação dos controladores ocorreu de forma simulada com o auxílio dos *toolboxes* Simulink e SimMechanics. O diagrama utilizado é mostrado na Figura 7. Para que o controle fosse aplicado também no modelo 3D, importou-se as peças em formato .STEP do SOLIDWORKS para o SimMechanics

Para observar melhor as características transitórias do sistema, foi aplicado um degrau de 90 graus na variável a ser controlada, definida como θ na Figura 5, que tambem é o estado x_1 do sistema no espaço de estados. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 8:

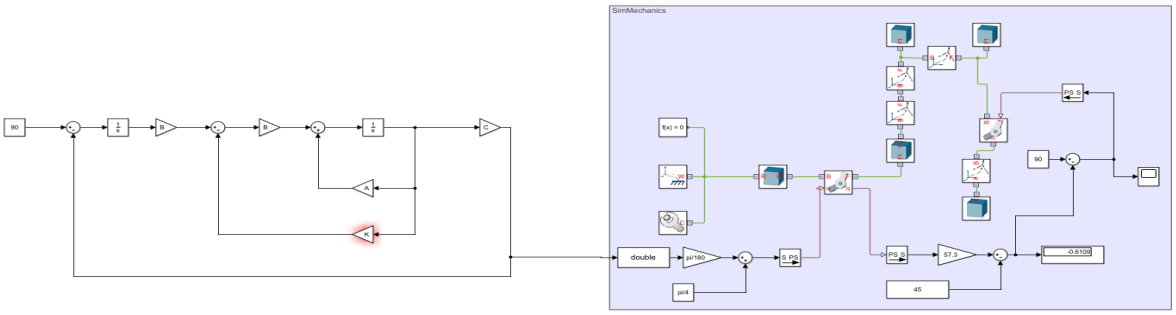

Figura 7: Diagrama Simulink e SimMechanics

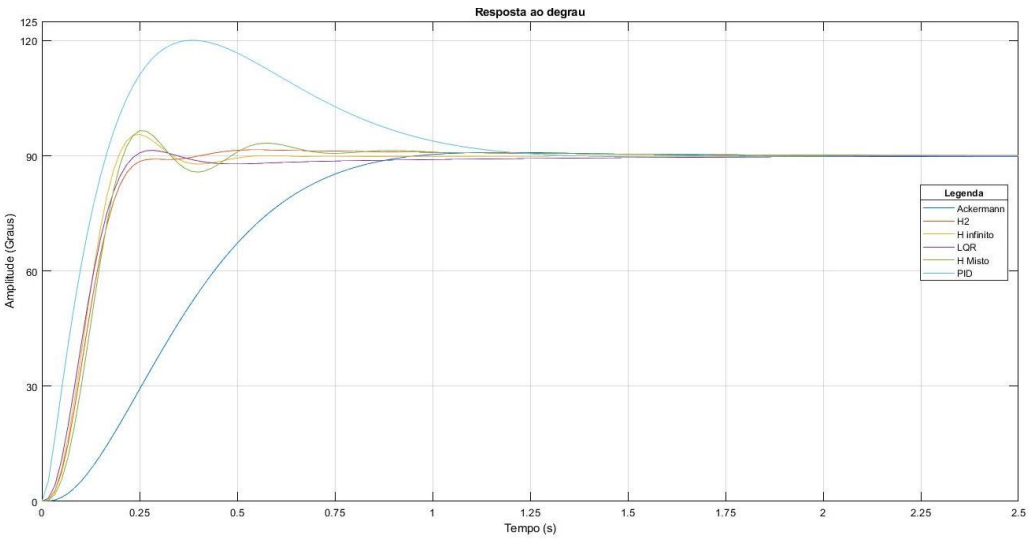

Figura 8: Resposta sem disturbio

Tabela 2: Resposta transitória sem distúrbio

	Tempo de Assentamento	Ultrapassagem percentual
Ackermann	1,12 segundos	0,66 %
LQR	0,597 segundos	1,578 %
$\mathcal{H}_2$	0,786 segundos	1,74 %
$\mathcal{H}_\infty$	0,437 segundos	6,27 %
$\mathcal{H}_2 / \mathcal{H}_\infty$	0,657 segundos	7,44 %
PID	1,149 segundos	35,22 %

Fonte: O Autor

A fim de analisar melhor o desempenho dos controladores aplicados no sistema, verificou-se a minimização dos Índices de Desempenho ISE, RMSE, ITSE e ITAE.

O índice **ISE** *(integral of squared error)* dá grande peso para erros grandes, e pequeno peso para erros pequenos. Um sistema que minimiza esse critério tende a apresentar uma rápida diminuição no erro inicial grande, portanto a resposta é rápida e oscilatória (SANTANA, 2019). É definido matematicamente pela por (86):

$$ISE = \int_0^T e(t)dt \tag{86}$$

O índice **RMSE** (*root mean squared error*) (87) é a medida que calcula "a raiz quadrática média" dos erros entre valores observados (reais) e predições (hipóteses). Uma característica do RMSE é que os erros (reais - predições) são elevados ao quadrado antes de ter a média calculada. Portanto, pesos diferentes serão atribuídos à soma e, conforme os valores de erros das instâncias aumentam, o índice do RMSE aumenta consideravelmente. Ou seja, se houver um *outlier* no conjunto de dados, seu peso será maior para o cálculo do RMSE e, por conseguinte, prejudicará sua métrica deixando-a maior. (JJ, 2016).

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} * \sum_{i=1}^{n} (y - \hat{y})^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{87}$$

O índice **ITSE** *(Integral of squared error multiplied by the time)* (88) pondera um erro inicial grande com peso baixo, enquanto erros que ocorrem mais tarde são bastante penalizados (SANTANA, 2019).

$$ITSE = \int_0^T t * e(t)^2 dt \tag{88}$$

Por fim, o índice **ITAE** *(integral os absolute error multiplied by the time)* (89), assim como o índice ITSE, pondera erros iniciais grandes com pequeno peso e erros posteriores são bastante penalizados. É um ótimo critério para avaliar a presença de um erro em regime permanente na malha de controle. Sua minimização diminui o *overshoot* e resulta em oscilações bem amortecidas (SANTANA, 2019).

$$ITAE = \int_0^T t * |e(t)| dt \tag{89}$$

Na Tabela 3, são mostrados os valores das respostas transitórias do sistema e os resultados dos índices de desempenho:

Tabela 3: Resposta transitória e Índices de desempenho

	Ultrapassagem (%)	Assentamento (s)	RMSE	ISE	ITAE	ITSE
Controlador PID	35,22 %	1,149 s	90.2022	815,4	8,6915	179,44
Ackermann	0,66 %	1,12 s	89,6374	2083,31	8,639	348,76
Controlador LQR	1,578 %	0,597 s	89,8633	667,93	2,553	34,869
Controle H2	1,74 %	0,786 s	89,9014	734,53	2,326	40,525
Controle H∞	6,26 %	0,437 s	89,8943	695,036	1,1002	35,399
Controle Misto H2/H∞	7,44 %	0,657 s	89.9099	786,638	2,739	46,204

Fonte: O Autor

4.2 APLICAÇÃO DE DISTÚRBIO RANDÔMICO

Nessa subseção, foi aplicado um distúrbio randômico com média 0 e com 5 graus de variância. O intuito desse teste é verificar a eficácia dos controladores quando sujeitos a distúrbios externos e com frequência relativamente alta. A resposta do sistema é mostrada na Figura 9:

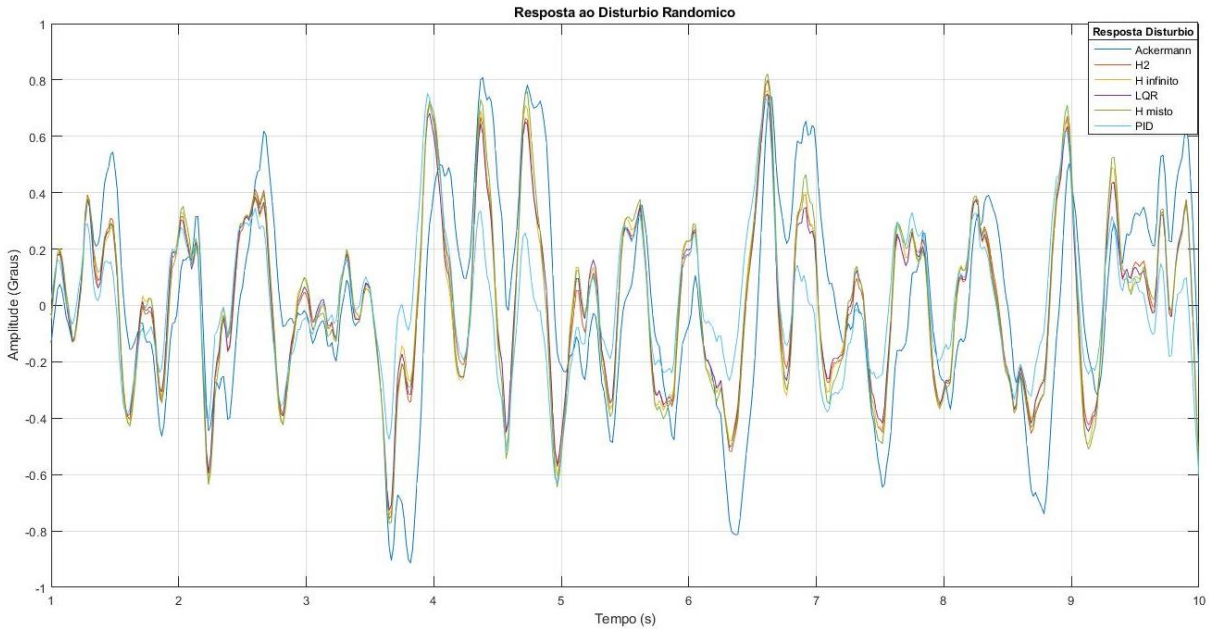

Figura 9: Resposta ao Disturbio Randômico

Tabela 4: Características em resposta ao distúrbio randômico

	Pico Máximo	Pico Mínimo	Diferença
Ackermann	0,8077	-0,9133	1,721
LQR	0,7513	-0,7268	1,4781
$\mathcal{H}_2$	0,8004	-0,7560	1,5564
$\mathcal{H}_\infty$	0,7634	-0,7438	1,5072
$\mathcal{H}_2 / \mathcal{H}_\infty$	0,8223	-0,7732	1,5955
PID	0, 7523	-0, 6296	1,3819

Fonte: O Autor

A análise comparativa da aplicação dos controladores propostos se mostra indispensável, pois, mesmo que cada um tenha atingido sua expectativa, melhorando a resposta transitória do sistema, há também características ímpares que podem ser mais vantajosas se aplicadas em diferentes situações.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho de conclusão de curso buscou apresentar técnicas de controle que fossem capazes de manter o protótipo em posição de equilíbrio, levando em consideração que o sistema é instável e não linear.

Primeiramente, foi feita uma pré-análise do sistema a ser simulado, começando com uma descrição detalhada de todos os componentes necessários para a configuração do sistema. Isso inclui a modelagem matemática que descreve sua dinâmica. Após isso, os parâmetros do sistema foram encontrados.

A partir disso, iniciou-se o desenvolvimento dos controladores propostos, de maneira que fossem aptos e eficazes em manter o protótipo em posição vertical.

Inicialmente, um controlador PID foi projetado. Era de se esperar que esse controlador poderia não ser tão eficiente, pois além da complexidade da planta, este controlador não leva em consideração outras variáveis implícitas na dinâmica, como a velocidade da roda de reação.

Visando superar as limitações anteriores, foram projetados outros controladores baseados na realimentação do sistema no espaço de estados, sendo eles Ackermann, LQR, $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{H}_\infty$, misto ($\mathcal{H}_2$ / $\mathcal{H}_\infty$).

Como mostrado na Figura 8, todos os controladores projetados atingiram seu objetivo, estabilizando a planta em um tempo relativamente baixo. Na Tabela 2, constatamos uma maior rapidez de resposta por meio do controlador LQR, sendo que o controle $\mathcal{H}_2$ foi muito eficaz na redução do *overshoot*. O controlador Ackermann teve a resposta bem próxima do projetado, com alguns desvios devido à simulação da planta. Por fim, o controle PID teve o pior desempenho.

Na Figura 9, aplicou-se um distúrbio randômico, a fim de testar a robustez a ações externas. Nesse teste, como mostrado na Tabela 4, o controlador que teve melhor desempenho foi o PID. Isso pode ter ocorrido por não ser tão rápido a mudanças bruscas. O controlador LQR também se comportou bem quando submetido ao distúrbio. Isso ocorre devido a sua rápida resposta. (vide Tabela 2).

Em termos gerais, é possível verificar através da Tabela 3 que o controlador que teve o melhor desempenho foi o LQR. Tal controlador minimizou todos os índices de desempenho, resultado em uma resposta transitória rápida e com baixo *overshoot.*

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Todo o projeto desenvolvido, foi testado e simulado por meio dos *Toolboxes Simulink* e *SimMechanics*, não sendo aplicados em uma planta real. Futuramente, é sugerido o desenvolvimento de uma plataforma inercial, para a aplicação no controle de atitude um torno

dos três eixos de uma planta desenvolvida. Um modelo aceitável para essa plataforma é mostrado na Figura 10:

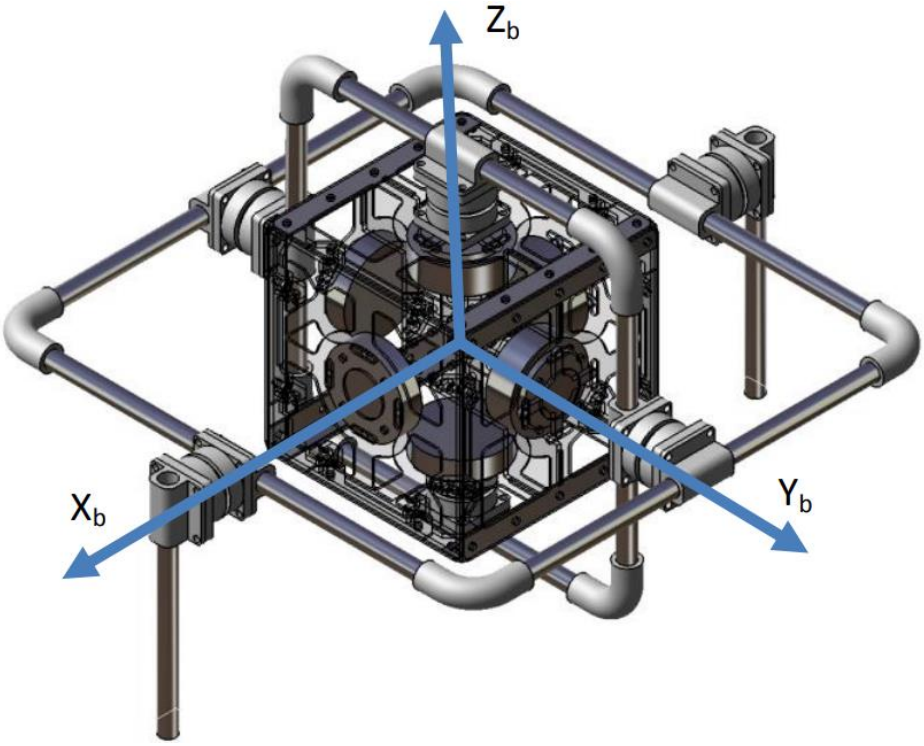

Figura 10: Plataforma Inercial

Também estuda-se a apicação e análise de outros controladores clássicos, como PID de ordem fracionária e com pré filtro e baseados em outras LMI's, como Matrizes Estritamente Reais e Positivas e também D-Estabilidades.

6 REFERÊNCIAS

Agulhari, C. M. (2013). Estabilidade e controle de sistemas lineares e variantes no tempo com parametros incertos.

ANDERSON, B. D. (June de 1968). A Simplified Viewpoint of Hyperstability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 292-294.

Bonato, G. A. (2017). Controle misto H2/H∞ com base em LMIs e análise de performance para um pêndulo rotacional invertido.

G. TAO, P. A. (December de 1988). Strictly Positive Real Matrices and the Lefschetz-Kalman-Yakubovich Lemma. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 33*, pp. 1183-1185.

Gonzalo Belascuen, N. A. (26 de February de 2019). Design, Modeling and Control of a Reaction Wheel Balanced Inverted Pendulum. p. 10.

Heiney, A. (2017). *Project ELaNa: Launching Education into Space.* Fonte: https://www.nasa.gov: https://www.nasa.gov/content/about-elana

INPE. (2018). *Primeiro cubesat brasileiro completa 4 anos em operação*. Fonte: http://www.inpe.br: http://www.inpe.br/crs/nanosat/noticias/noticia.php?Cod_Noticia=4801

Jamie Chin, R. C.-S. (2017, October). Basic Concepts and Processes for First-Time CubeSat Developers. *CubeSat 101*.

Jian Zhang, A. K. (2016). Robust Observer Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems Using MATLAB. *Advances in Industrial Control*, pp. 203-221.

Junior, J. S. (30 de Julho de 2020). *Satélites artificiais.* Fonte: Brasil Escola: https://brasilescola.uol.com.br/fisica/satelites-artificiais.htm

Luis Antonio Aguirre, A. P. (2007). *Enciclopédia de Automática Controle & Automação Vol 1.* São Paulo: Editora Blucher.

Nise, N. N. (2013). *Engenharia de Sistemas de Controle.* LTC — Livros Técnicos e Científicos.

Ogata, K. (2011). *Engenharia de Controle Moderno.* Pearson.

Reis, N. T. (2006). *Controle Orbital e de Atitude.* Fonte: Educação Espacial: https://educacaoespacial.wordpress.com/recursos-2/materiais-de-estudo/conteudos/astronautica/controle-orbital-e-de-atitude/

Wayne A. Shiroma, ,. L. (3 de March de 2011). CubeSats: A Bright Future for Nanosatellites. *Central European Journal of Engineering*, pp. 9-15.